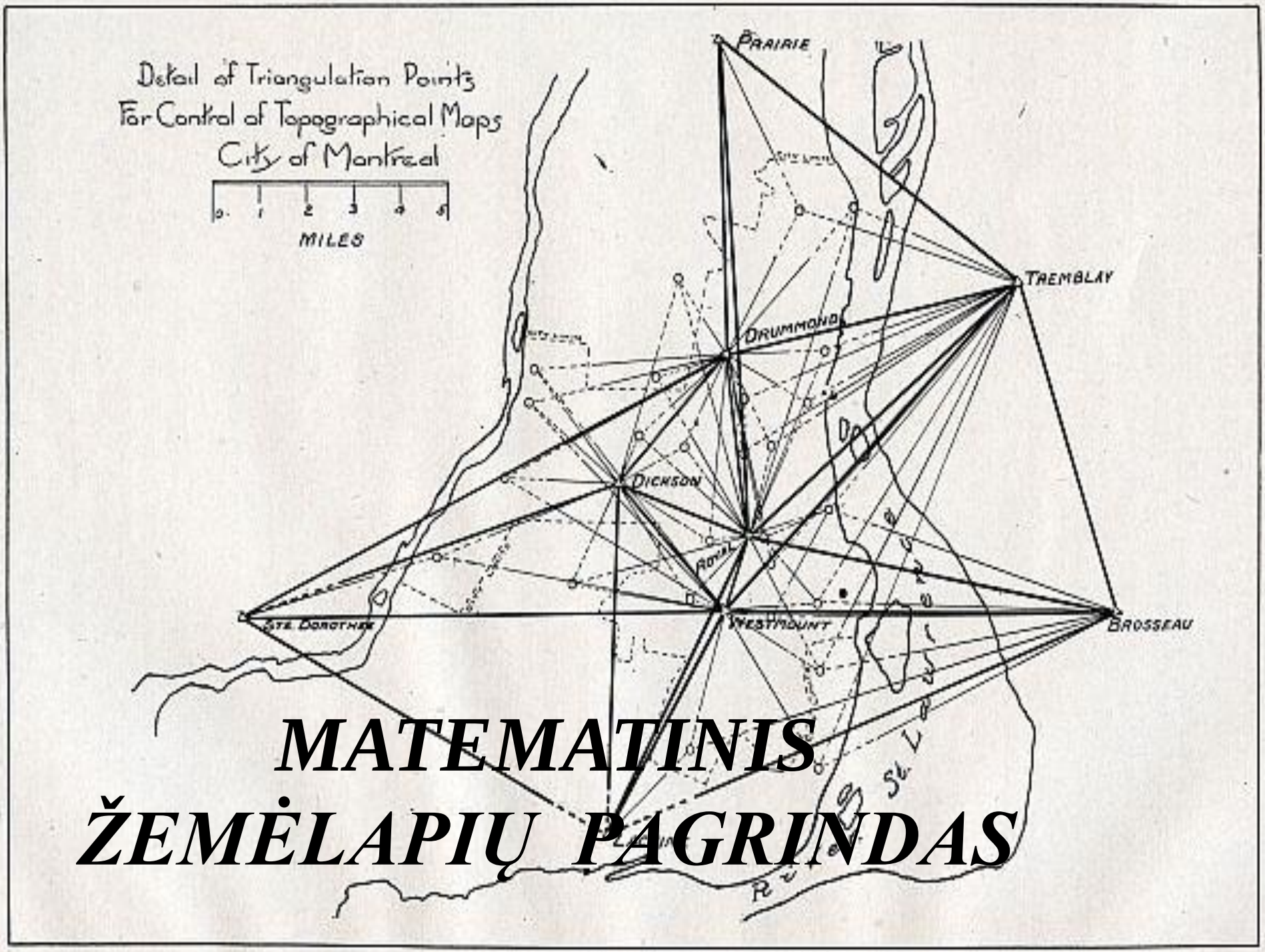


MATEMATINIS ŽEMĖLAPIŲ PAGRINDAS

Matematinį žemėlapių pagrindą sudaro matematinių elementų visuma. Matematiniu elementu vadinamas elementas, naudojamas žemėlapio sudarymui ir nustatantis erdvinį ar laiko ryšį tarp objektyvios realybės modelio ir žemėlapio.

Matematinius žemėlapio elementus sudaro:

1. Mastelis.

2. Kartografinė projekcija.

3. Kartografinis tinklas.

4. Koordinačių tinklas.

5. Žemėlapio rėmeliai.

6. Vidurinis kartografinės projekcijos meridianas.

7. Geodezinio pagrindo taškai ir punktai.

Visi šitie elementai leidžia matematiškai susieti vaizduojamą vietovę bei jos elementus su sudaromu žemėlapiu.

Žemėlapio mastelis

Yra skiriamos trys mastelių rūšys:

1. Pagrindinis.

2. Dalinis.

3. Laiko.

***Pagrindinis ilgio mastelis* – santykis, parodantis kiek kartų elipsoido ar rutulio linijiniai dydžiai yra sumažinami žemėlapyje. Linijinis mastelis lemia modelio linijinį dydį, tai yra gaublio dydį, kuris projektuojamas į žemėlapį. Žemėlapiuose turėtų būti pateikiamas (ir pateikiamas) linijinis mastelis. Žemėlapiuose pagrindinis linijinis mastelis yra tik tam tikrose linijose ar taškuose. Paralelės, kurių ilgis žemėlapyje atitinka pagrindinį mastelį yra vadinamos pagrindinėmis paralelėmis. Jos yra labai svarbios kuriant kai kurias kartografines projekcijas.**

***Pagrindinis plotų mastelis* – santykis, parodantis kiek kartų elipsoido ar rutulio plotiniai dydžiai yra sumažinami žemėlapyje. Pagrindinis plotų mastelis yra lygus pagrindinio ilgių mastelio kvadratui. Žemėlapiuose pagrindinis plotų mastelis nėra pateikiamas. Žemėlapiuose pagrindinis plotinis mastelis yra tik tam tikrose linijose ar taškuose. Kita vertus yra lygiapločių projekcijų kategorija, kur pagrindinis plotų mastelis yra išlaikomas visame žemėlapio plote. Tuo pagrindinis plotų mastelis skiriasi nuo pagrindinio linijinio mastelio.**

Pagrindinis mastelis yra labai svarbus matematinis elementas. Jį galima suvokti kaip žemėlapio paskirties ir faktinių duomenų apimties (dažniausiai teminiuose žemėlapiuose) funkciją. Nuo pagrindinio mastelio priklauso žemėlapio erdvės aprėptis, žemėlapio turinio apimtis, jo detalumas ir geometrinis tikslumas.

Yra skiriami stambaus, vidutinio ir smulkaus mastelio žemėlapiai. Kiekvienam erdvės aprėpties lygiui atitinka tam tikras pagrindinių mastelių diapazonas. Smulkaus mastelio žemėlapiai skirti globalių ar žemynų bei vandenynų žemėlapiams sudaryti. Vidutinio stambumo masteliai tinka žemynų ir vandenynų dalių rajonavimui. Stambaus mastelio žemėlapiai skirti lokalių objektų, reiškinių ar procesų kartografavimui.

***Dalinis mastelis*. Skirtingose žemėlapio vietose realūs masteliai gali būti smulkesni ar stambesni už pagrindinį mastelį. Tokie masteliai vadinami daliniais masteliais.**

***Dalinis ilgio mastelis* – tai santykis tarp be galo trumpos linijos atkarpos žemėlapyje ir tos pačios be galo trumpos atkarpos elipsoido ar rutulio paviršiuje.**

***Dalinis plotų mastelis* – tai santykis tarp be galo mažo plotelio žemėlapyje ir to paties be galo mažo plotelio elipsoido ar rutulio paviršiuje.**

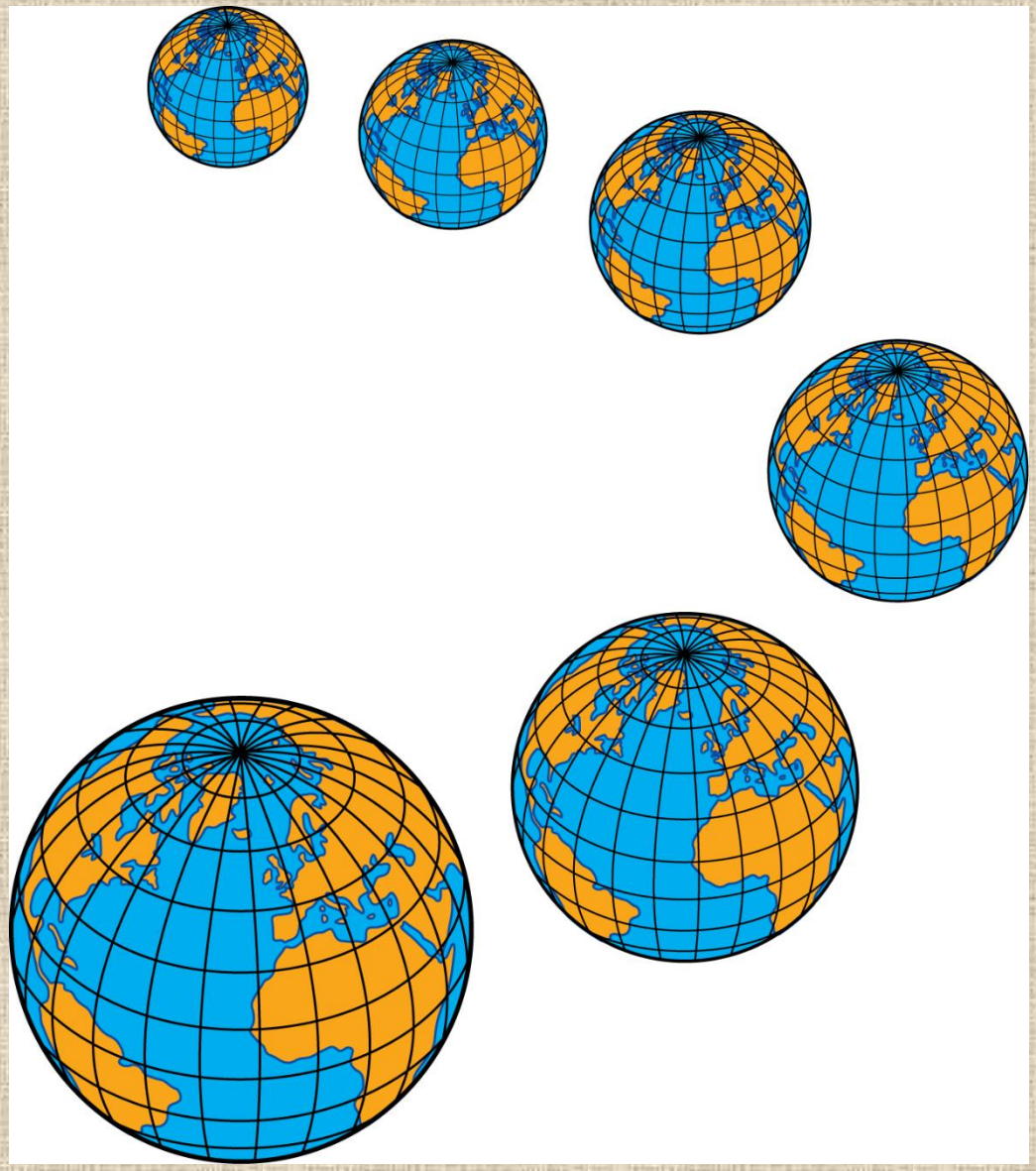
Nurodant dalinius ilgio ir ploto mastelius, pateikiamos pagrindinio mastelio vienetų dalys. Jie parodo, kiek kartų linijos atkarpa ar plotas skiriasi nuo pagrindinio ilgio ar ploto mastelio. Pavyzdžiui, ilgio mastelis atskirose žemėlapio dalyse nuo pagrindinio ilgio mastelio gali skirtis nuo 0,85 iki 2,25 karto. Tai reiškia, kad vienu atveju linijų ilgiai žemėlapyje yra sumažinti 0,85 karto, o kitu – padidinti 2,25 karto.

Šiais laikais, taikant modernias informacines technologijas yra galimybė parodyti objektų, reiškinių ar procesų kitimą apibrėžtoje teritorijoje per ilgesnį ar trumpesnį laikotarpį. Tai reiškia, kad elektroniniuose žemėlapiuose galima taikyti *dinaminius kintamuosius* arba, kitaip tariant, taikyti laiko funkciją. Šių kintamųjų kitimas leidžia realizuoti dar vieną mastelio formą – laiko mastelį, kuris efektyviausias yra elektroniniuose žemėlapiuose. Analoginiuose žemėlapiuose laiko mastelio efektas pasiekiamas kuriant vienatemių žemėlapių serijas.

Pagrindinis mastelis atlieka labai svarbią kintamojo funkciją. Ją keičiant elektroniniuose žemėlapiuose gaunamas teritorijos „priartinimo“ ir „tolinimo“ efektas. Pavyzdžiui, nuoseklus pastovus „artinimas“ gali sukurti puikų iliustracinį kosminio laivo artėjimo prie dangaus kūno (Žemės, Marso) efektą.

Laiko mastelis – tai nuoseklus žemėlapių serijos demonstravimo laikas, lyginant jį su realiu proceso vyksmo (kitimo) laiku. Kosminio laivo artėjimo prie dangaus kūno pavyzdys: 1:31 500 000 žemėlapio mastelio demonstravimo sekundė atitiks vienus metus; 1:2 500 000 žemėlapio mastelio demonstravimo sekundė atitiks vieną mėnesį; 1:600 000 žemėlapio mastelio demonstravimo sekundė atitiks vieną savaitę; 1:86 000 mastelio žemėlapio demonstracijos sekundė atitiks realią vieną parą.

Dinaminiai žemėlapiai gali demonstruoti procesus, kurie trunka nuo kelių valandų iki kelių šimtų metų, paleogeografiniai dinaminiai žemėlapiai gali demonstruoti procesus, kurie trunka nuo kelių iki kelių šimtų milijonų metų. Tai reiškia, kad kiekvienam laiko intervalui atitinka optimalus laiko mastelių diapazonas. Laiko mastelis leidžia kurti elektroninius žemėlapius, demonstruojančius lėto, vidutinio ir greito vyksmo procesus.



Pagrindinio mastelio keitimas sukuria priartinimo ar tolinimo efektą.

Kartografinė projekcija

Kartografinė projekcija **– matematiškai apibrėžta elipsoido ar rutulio paviršiaus vaizdavimas plokštumoje. Kartografine projekcija įgalina vienareikšmiškai pateikti ryšį tarp taško platumos ir ilgumos elipsoido (B ir L) ar rutulio (paviršiuje ir to paties taško koordinačių (x ir y) plokštumoje. Šitas ryšys yra perteikiamas matematinėmis lygtimis. Kartografinės projekcijos lygtys – tai dvi lygtys parodančios ryšį tarp taško koordinačių žemėlapyje ir atinkamų taškų elipsoido ar rutulio paviršiuje. Pavyzdžiui, rutulio paviršiui tos lygtys gali būti tokios:**

$$x = f_1(\varphi, \lambda); \quad y = f_2(\varphi, \lambda);$$

$$\varphi = F_1(x, y); \quad \lambda = F_2(x, y)$$

Dvi pirmosios lygtys tiesiogiai apibrėžia rutulio paviršiaus taškų padėtį plokštumoje, o kitos dvi – atvirkštinį ryšį tarp plokštumos taškų padėties rutulio paviršiuje. Tai supaprastintos (aproksimuotos) lygtys. Realios lygtys gana sudėtingos, ypač atvirkštinio ryšio – tarp taškų plokštumoje ir taškų sferiniame paviršiuje.

Plokštumoje koordinačių ašys yra statmenos: abscisių (X) ašis nukreipta į šiaurę (gali būti tapatinama su meridiano kryptimi), o ordinačių ašis – jai statmena (gali būti tapatinama su paralelių kryptimi). Kaip taisyklė abscisių ašis yra tapatinama su viduriniu žemėlapio meridianu, o ordinačių – su ekvatoriumi arba jam lygiagrečia linija.

Kartografinių projekcijų lygtys turi atitikti šiuos reikalavimus:

1. Jos turi būti vienareikšmės.

2. Jos turi apibūdinti kontinualų (nepertraukiamą) paviršių.

3. Jos turi išreikšti geometrinį paviršių.

Kartografinių projekcijų įvairovė labai didelė. Praktiškai jų galimi variantai yra neriboti. Nors pagrindinės (vadinkime klasikinės) kartografijos projekcijos sukurtos jau XVII – XIX amžiuose, tačiau ir šiais laikais kuriamos naujos.

Labai svarbia sudėtine kartografinių projekcijų dedamąja yra jų parametrai. Keičiant projekcijų parametrus, galima keisti ir pačių projekcijų savybes.

Kartografinių projekcijų parametrai **– tai pastovūs dydžiai kartografinių projekcijų lygtyse. Pavyzdžiui almukantaratų (paralelių) spindulys azimutinėse projekcijose yra nulemtas parametro *k*.**

$$\rho = kR \times sin\frac{Z}{k}$$

kur R – rutulio spindulys, Z – almukantarato platuma

Priklausomai nuo k reikšmės gali kisti projekcijos savybės:

1. Kai *k* = *1* kuriama ortografinė projekcija.

2. Kai *k* = *2* projekcija tampa lygiaplote ir paviršiaus plotai joje neiškraipomi.

3. Kai *k* = *3* ir daugiau, projekcija palaipsniui tampa lygiatarpe.

Dvi vienos klasės, pavyzdžiui kūginės, projekcijos, turinčios skirtingus parametrus, gali ženklais skirtis ir savo savybėmis. Vidutinėms platumoms kartografuoti naudojama keliasdešimt kūginių projekcijų, kuriose paralelių ir meridianų tinklų vaizdas gana kontrastiškas.

Kartografuojant dinaminius reiškinius ir procesus, kartografinės projekcijos gali būti naudojamos kaip laiko kintamosios. Kartografuojant skirtingą lokalizaciją turinčių reiškinių ar procesų paplitimą ir kaitą, kis ne tik žemėlapių pagrindiniai masteliai, bet ir projekcijos. Pavyzdžiui vaizdų sekoje „Žemė – žemynas – regionas – konkreti vieta“ vaidas vienoje projekcijoje bus keičiamas vaizdu kitoje projekcijoje.

Kartografinis tinklas

Kartografinis tinklas – tai žemėlapio paralelių ir meridianų visuma. Kartografinio tinklo išvaizda leidžia apriorišką skirti projekcijų kategorijas: cilindrinės, kūginės, azimutinės ir panašiai. Kiekvienas žemėlapis yra sudaromas vienokioje ar kitokioje projekcijoje. Kartografinė projekcija yra būtinas geografinio žemėlapio atributas, tačiau ne visuose žemėlapiuose yra braižomas kartografinis tinklas. Daugelis teminių žemėlapių, ypač stambaus mastelio, gali būti be kartografinio tinklo, kadangi jis netarnauja esminiam turinio atskleidimui. Šiuo atveju kartografinis tinklas didina grafinę žemėlapio apkrovą ir sunkina jo tyrimą.

Priklausomai nuo sferinės (rutulio) koordinačių sistemos poliaus padėties skiriamos kelios kartografinių projekcijų tinklų formos:

1. Normalus kartografinės projekcijos tinklas. Šiuo atveju sferinės koordinačių sistemos polius yra sutapatinamas su geografiniu poliumi.

2. Skersinis kartografinės projekcijos tinklas. Šiuo atveju sferinės koordinačių sistemos polius yra ekvatoriaus linijoje.

3. Įstrižas kartografinės projekcijos tinklas. Šiuo atveju sferinės koordinačių sistemos polius yra tarp geografinio poliaus ir ekvatoriaus.

Kartografinės projekcijos lygtys kartu yra ir paralelių bei meridianų lygtimis. Jos lemia kartografinio tinklo išorės vaizdą. Taip pat galima teigti, kad kartografinio tinklo vaizdas atspindi kartografinių projekcijų lygtis. Paralelės ir meridianai žemėlapiuose gali turėti įvairias formas: tieses, lankus, sinusoides, elipses, paraboles, hiperboles ir kitokio pobūdžio plokščias kreives.

Kartografinės projekcijos ir jų kartografiniai tinklai skiriami į dvi grupes:

1. Pastovaus kreivumo paralelės.

2. Kintamo kreivumo paralelės.

Pirmoje grupėje išskirtinę poziciją užima kartografiniai tinklai, kuriuos sudaro tiesė, koncentriški arba ekscentriški apkritimai ar jų lankai. Tai pagrindinės, plačiausiai naudojamos kartografinės projekcijos. Kintamo kreivumo paralelės gali būti brėžiamos elipsėmis, parabolėmis, hiperbolėmis ar sudėtingesnės formos kreivėmis bei jų lankais.

Kartografinio tinklo tankis yra nulemtas jo žingsniu – kampiniu atstumu tarp kaimyninių paralelių ir meridianų. Tankus kartografinis žemėlapio tinklas didina grafinę žemėlapio apkrovą ir sunkina jo tyrimą, o retas – mažina matavimų tikslumą. 4 lentelėje pateikiami duomenys apie plačiau naudojamų žemėlapių paskirties, jų mastelių ir kartografinio tinklo tankio priklausomybę.

4 lentelė. Kartografinio tinklo tankis įvairaus mastelio žemėlapiuose, laipsniais.

Žemėlapiai	Žemėlapių masteliai		
	1:1 500 000 – 1:2 500 000	1:5 000 000	1:10 000 000 – 1:15 000 000
Informaciniai	1º	2º	5º
Demonstracinai (sieniai)	1º	4 – 6º	10º

Žemėlapiuose geografiniai ašigaliai gali būti pateikiami keliais būdais: taškais, tiesių atkarpomis ir kreivių lankais. Vidurinio meridiano ir ekvatoriaus linijų atžvilgiu žemėlapiai gali būti simetriški (vidurinis meridianas ir ekvatorius dalija žemėlapį į 4 lygias dalis) ir asimetriški. Svarbiu žemėlapių kartografinio tinklo bruožu yra jo statmenumas. Tai tokia kartografinio tinklo forma, kai paralelės ir meridianai yra statmenos, tarpusavyje besikertančios tiesės.

Mazginiai kartografinio tinklo taškai **– vietos kur žemėlapyje susikerta paralelės ir meridianai. Šie mazginiai taškai (mazgai) labai svarbūs kuriant, transformuojant ir naudojant projekcijas. Jeigu nežinoma kartografinė projekcija ar nežinomi kartografinės projekcijos parametrai, tai mazginiai taškai leidžia juos nustatyti. Kartografinė projekcija gali būti pateikta ne tik lygtimis, bet ir lentelės pavidalu, kur pateikiamos mazginių taškų platumų ir ilgumų reikšmės. Iš esmės, sprendžiant kartografinių projekcijų lygtis, gautos fiksuotų taškų platumų ir ilgumų reikšmės buvo rašomos lentelėse, vėliau jas perskaičiuojant į plokštuminę ortogonalinę koordinačių sistemą. Pavyzdžiui, nustatomos 40º platumos 0º, 10º, 20º 30º ..... ilgumos reikšmės, o vėliau skaičiuojama šių taškų padėtis numatomo formato žemėlapyje.**

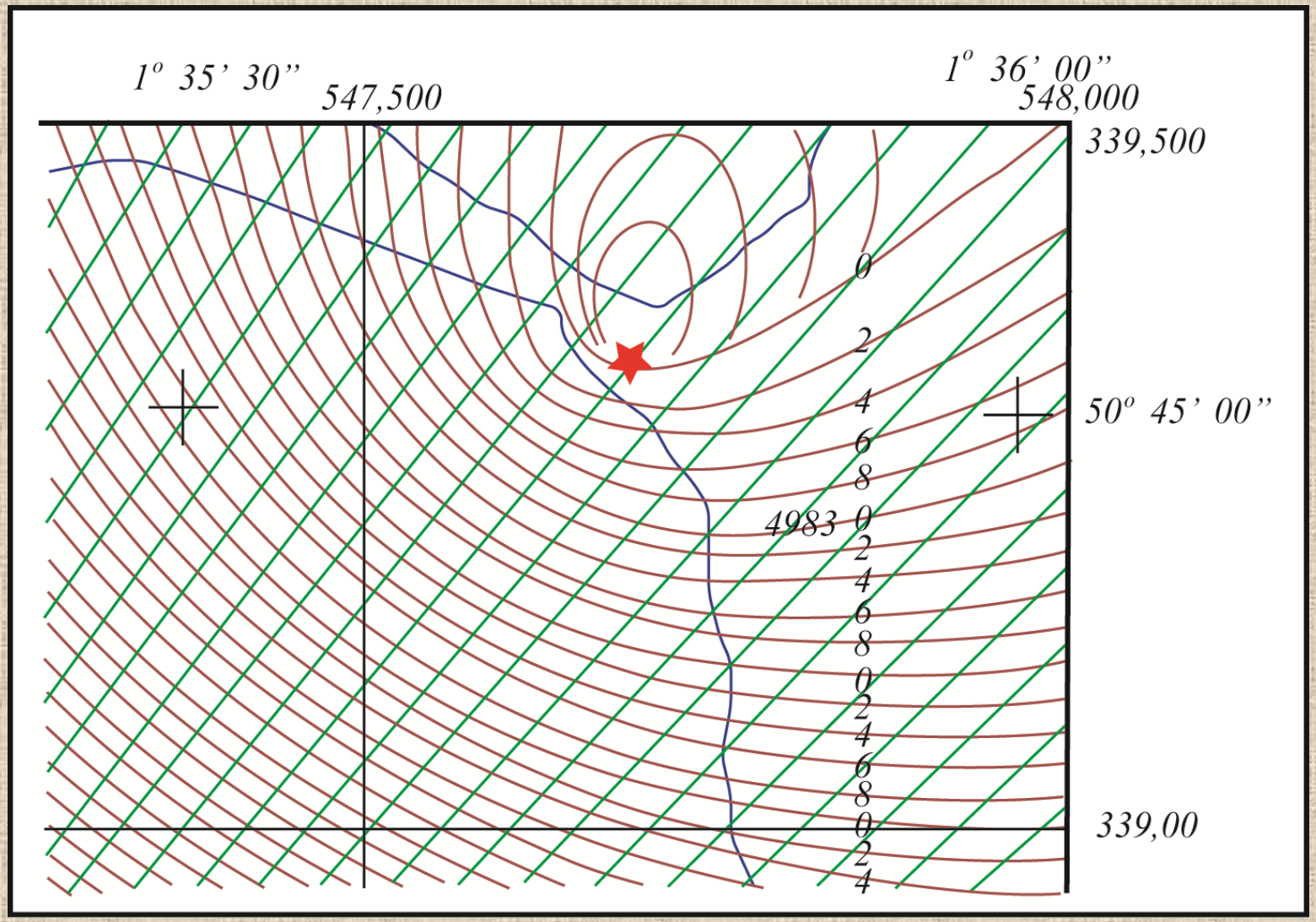
Kartografinio tinklo rėmeliai

Žemėlapio rėmeliai riboja kartografuojamą teritoriją, kartu yra ir dekoratyvus žemėlapio elementas. Įprastai žemėlapis turi kelis rėmelius. Žemėlapio rėmeliai yra priskiriami žemėlapio matematinių elementų grupei.

Ypatingai svarbus yra *vidinis žemėlapio rėmelis*, kuris apriboja kartografuojamą teritoriją. Vidinis rėmelis rodo išorinę ribą teritorijos, kuri kartografuota žemėlapyje ir teritorijos, kuri liko nekartografuota. Vidinis rėmelis „išpjauna“ kartografuojamą teritoriją iš viso Žemės paviršiaus. Išoriniai rėmeliai gali būti stačiakampiai, trapeciniai, apvalūs, ovalūs ar kitokios, sudėtingesnės formos. Vidinio rėmelio forma gali būti nulemta kartografuojamos teritorijos ar akvatorijos konfigūracijos.

Vidinio žemėlapio rėmelio viduje gali būti sukurti papildomi rėmeliai, atribojantys žemėlapio įkarpas ar kitokius papildomos informacijos elementus: diagramas, grafikus, tekstus, nuotraukas.

Žemėlapiuose taip pat brėžiami *laipsniniai* (vidutinio stambumo ir smulkaus mastelio žemėlapiuose) ir *minutiniai* (stambaus mastelio žemėlapiuose) rėmeliai. Laipsninių ir minutinių rėmelių paskirtis – pateikti skaitinę informaciją apie žemėlapio ribojamą geografinę platumą ir ilgumą. Laipsniniai ir minutiniai rėmeliai brėžiami vidinio rėmelio išorėje. Šituose rėmeliuose yra pratęsiamos paralelių ir meridianų atkarpos, o ties jomis yra rašomos skaitmeninės reikšmės.



Išorinis ir vidinis specialaus navigacinio žemėlapio rėmelis. Žemėlapio viduje pateiktos geografinių koordinačių reikšmės (juodos spalvos susikertančios linijos), ortogonalinių koordinačių reikšmės (juodos spalvos linijos) ir specialus dviejų hiperboliškų kreivių tinklas (rudos ir žalios spalvos linijos).

***Žemėlapio koordinačių tinklas*. Tai papildomas ortogonalinis koordinačių tinklas, kuris pateikiamas topografiniuose ar kitokiuose teminiuose stambaus mastelio žemėlapiuose. Ortogonalinė koordinačių sistema kuriama atskirai kiekvienai 6º Žemės paviršiaus zonai, taikant Gauso – Kriugerio skersinę cilindrinę (UTM) projekciją. Jos pradinis koordinačių taškas yra ekvatoriaus ir vidurinio (ašinio) meridiano sankirta. Šioje koordinačių sistemoje matavimai vykdomi linijiniais matais. Šis papildomas koordinačių tinklas stambaus mastelio žemėlapiuose brėžiamas kas vieną kilometrą, todėl dažnai vadinamas *kilometriniu tinklu*.**

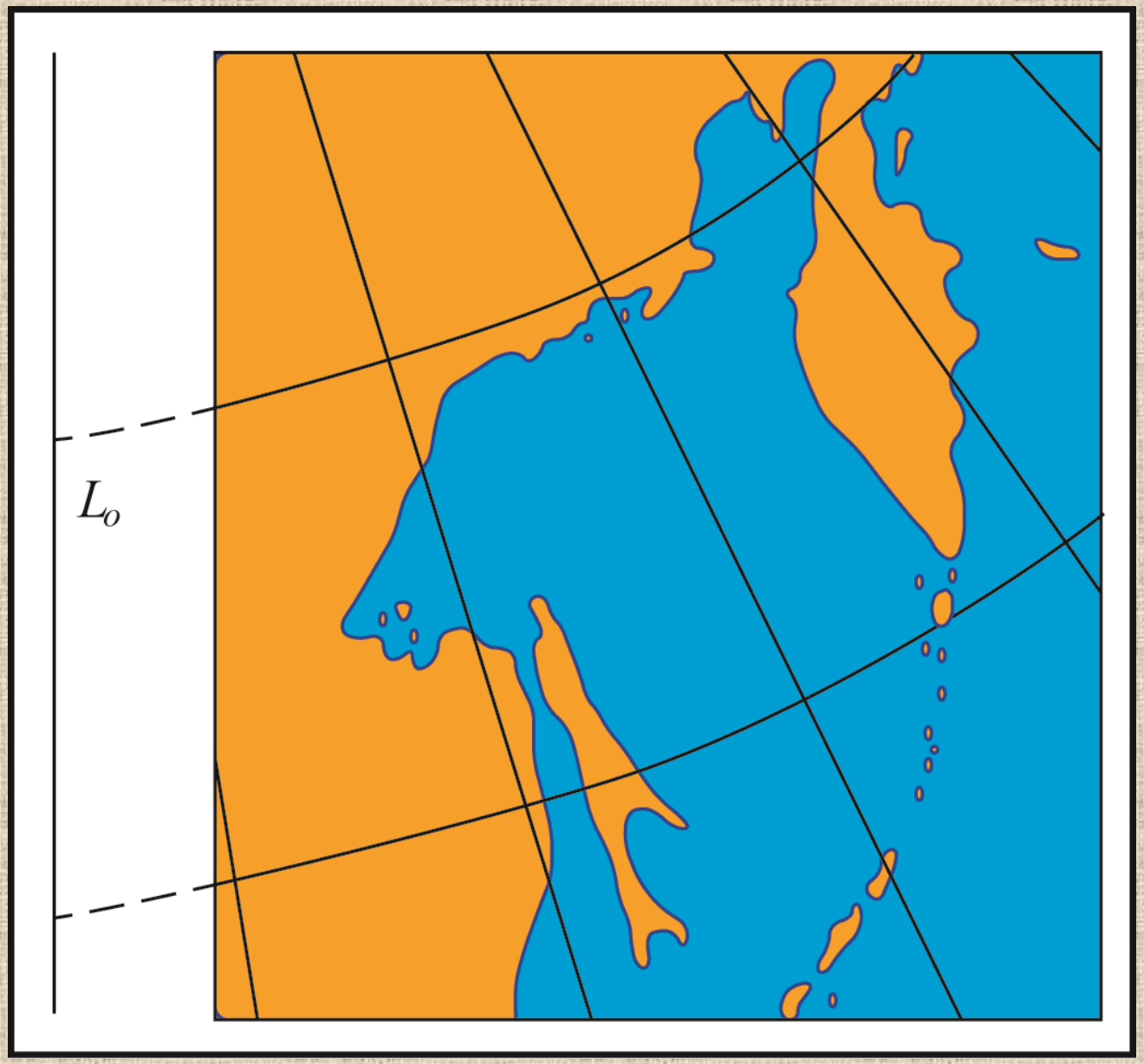
Specialiuose navigaciniuose žemėlapiuose brėžiami ir kitokio pobūdžio papildomi koordinačių tinklai. Pavyzdžiui, nuo įplaukų į uostus, kur yra radijo švyturiai, brėžiami koncentriški apskritimai, leidžiantys nustatyti atstumą nuo laivo iki įplaukos į uostą. Šis koncentriškų apskritimų tinklas gali būti modifikuotas, įvertinant bangavimą ir vyraujančias sroves. Tuomet papildomas koordinačių tinklas brėžiamas sudėtingesnėmis linijomis – dviejų rūšių hiperbolėmis. Gavus radijo signalą, galima įvertinti atstumą iki įplaukos, o susikertančios hiperbolės parodo tikslesnę laivo padėtį.

Vidurinis meridianas

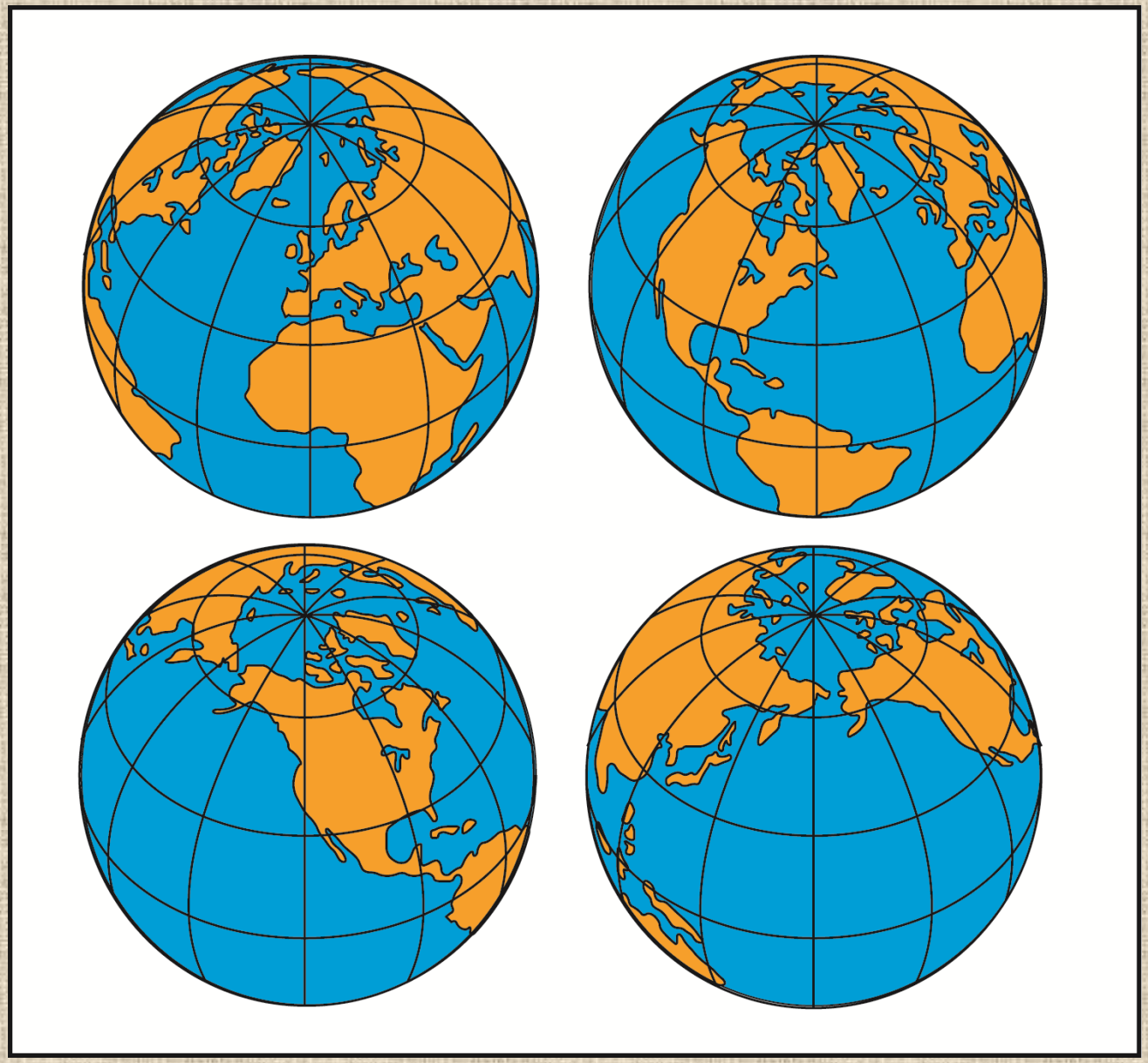
Vidurinis projekcijos meridianas yra pradiniu konkrečios kartografinės projekcijos ilgumos atskaitos linija. Globaliniuose žemėlapiuose vidurinis meridianas yra žemėlapio centre. Dažniausiai tai tiesė, rodanti šiaurės – pietų kryptį. Vidutinio stambumo ir stambaus mastelio žemėlapiuose, dažniausiai atlasuose ar knygų iliustracijose, vidurinis meridianas ne būtinai yra žemėlapio centre. Kartai jo vieta gali būti ir žemėlapio užribyje. Tai priklauso nuo pasirinktos kartografuojamos teritorijos konfigūracijos, naudojamos kartografinės projekcijos ir žemėlapiui ar iliustracijai skirtos erdvės lape.

Vidurinis meridianas yra svarbus dinaminis kintamasis. Keičiant jo padėtį, kompiuterio ekrane galima sukurti Žemės sukimosi efektą, kas dažnai naudojama dinaminiuose elektroniniuose žemėlapiuose. Pavyzdžiui, demonstruojant pusrutulių žemėlapių seriją, kai viduriniu meridianu yra 0° , 60°, 120°, 180° vakarų ilgumos ir 120°, 60°, 0° rytų ilgumos dienovidžiai. Dažnai su viduriniu meridianu yra tapatinama koordinačių sistemos linija – vertikalas.

Topografiniuose žemėlapiuose vidurinis meridianas rodo geografinio meridiano kryptį, tai yra šiaurės – pietų kryptį. Tuo atveju paralelės yra jam statmenos linijos ir rodo vakarų – rytų kryptį. Vidutinio ir smulkaus mastelio žemėlapiuose šiaurės – pietų ir vakarų – rytų kryptis rodo konkrečios vietos meridianų ir paralelių kryptys.



Išorinis vidurinis meridianas



Gaublio animacija. Gaublys demonstruojamas atsukant į žiūrovą 0°, 60°, 120° 180° vakarų ilgumas, taip sudarant sukimosi įspūdį.